

文章编号 1004-924X(2026)08-1298-16

平面带约束线轮廓点集配准的手眼标定方法

刘 凉¹, 康若梅¹, 赵新华¹, 高建超², 冯晶晶^{1*}

(1. 天津理工大学 天津市先进机电系统设计与智能控制重点实验室, 天津 300384;

2. 中国汽车工业工程有限公司, 天津 300113)

摘要:为解决传统标定方法操作复杂、标定参照物难以加工且标定精度偏低等问题,以平面直角三角形标定参照物为例,基于线激光轮廓扫描仪提出一种带约束线轮廓点集配准的手眼标定方法。首先,阐述使用带约束线轮廓点集配准方法开展手眼标定的基本思想,结合所设计的非对称直角三角形标定参照物说明标定实施流程。其次,根据直角三角形线轮廓信息建立带约束点集配准模型,先采用基于角点的粗配准方法缩小空间搜索范围,再根据特征点到轮廓线的投影约束关系进行精配准。最后,利用协方差矩阵自适应进化策略求出轮廓特征最优适配解,并提出轮廓损失误差评估指标,来衡量标定结果的性能。基于所述方法利用机器人和线激光轮廓传感器开展标定实验,结果表明:12个机器人组合姿态下所求标定参数的平均轮廓损失误差为0.084 2,重建标准球直径的平均拟合偏差为0.018 5 mm,球面投影误差的最大标准差为0.065 mm,具有良好稳定性与求解效率,标定精度较高;计算标定参照物在三种不同位姿下的标定结果,标准球直径拟合偏差与球面投影误差的标准差均小于0.1 mm;拟合出标准球球心坐标的标准差均值为0.101 mm,低于单步标定法求得的0.148 7 mm,呈现出较高的鲁棒性,同时兼顾了标定效率与通用性,可满足工业标定精度要求。

关键词:手眼标定;线轮廓特征;点集配准;三维重建

中图分类号:TH165+.3;TP277 **文献标识码:**A

doi:10.37188/OPE.20263408.1298

CSTR:32169.14.OPE.20263408.1298

Hand-eye calibration method by registration for planar constrained contour point sets

LIU Liang¹, KANG Ruomei¹, ZHAO Xinhua¹, GAO Jianchao², FENG Jingjing^{1*}

(1. Tianjin Key Laboratory for Advanced Mechatronic System Design and Intelligent Control, School of Mechanical Engineering, Tianjin University of Technology, Tianjin 300384, China;

2. Automotive Engineering Corporation, Tianjin 300113, China)

* Corresponding author, E-mail: jjfeng@tju.edu.cn

Abstract: The complex of traditional calibration operation and difficulty in processing calibration reference object may lead to low calibration accuracy. To address these issues, a hand-eye calibration method was proposed by using registration for constrained contour point sets and 2D laser scanners. It was formulated by a planar right-angled triangle as a calibration reference object. Firstly, the calibration idea of the registration method with constrained contour point sets was elucidated. The calibration process was then intro-

收稿日期:2026-01-25;修订日期:2026-03-05.

基金项目:天津市科技计划项目(No. 25ZYCGYS00210);京津冀自然科学基金合作专项项目(No. 25JJJC0047);国家自然科学基金资助项目(No. 12572024)

duced based on the designed asymmetric right-angled triangle reference object. Secondly, a constrained point sets registration model was established with the contour information of the triangle. It utilized a coarse registration method by corner points to narrow the spatial search range, followed by a precise registration according to the constraint relationship between feature points and contour lines. Finally, an optimal solution to fit the contour feature was obtained by the covariance matrix adaptive evolution strategy. Besides, the profile loss error evaluation criteria were introduced to assess the performance of the calibration results. The first calibration experimental results show that the average profile loss error under 12 robot pose combinations is 0.084 2, the average fitting deviation of the reconstructed sphere diameter is 0.018 5 mm, and the maximum projection error of the sphere is 0.065 mm, which indicate fine calibration stability, efficiency, and accuracy. The second experiment is carried out with three different poses of the calibration object. The calculated parameters are used to fit a standard sphere, and both the diameter fitting deviations and the standard deviation of projection error are lower than 0.1 mm. The mean standard deviation of the fitted spherical center coordinates is 0.101 mm, lower than the 0.148 7 mm obtained by the one-step method. It indicates high robustness, efficiency, and versatility, which can meet industrial calibration accuracy requirements.

Key words: hand-eye calibration; line contour features; point sets registration; 3D reconstruction

1 引 言

视觉传感器被广泛应用于工业制造领域,可引导机器人等执行机构完成工件定位^[1]、抓取^[2]、装配^[3]与检测^[4]等多场景操作任务。手眼标定是实现机器人视觉引导与协作的重要环节^[5],旨在测量视觉传感器与机器人末端执行器之间的位姿关系。该环节对实现高精度制造具有重要实用价值,广泛应用于机器人焊接^[6]、激光加工^[7]与高精度装配^[8]等领域。

手眼标定普遍采用的流程是:先基于标定参照物建立手眼标定模型,然后控制机器人与视觉传感器以不同位姿扫描标定参照物,获取机器人位姿与视觉坐标系下轮廓位置信息,最后基于所采集的标定数据集利用最小二乘法、奇异值分解等方法来求解非线性优化问题,得出标定结果。显然,标定参照物与视觉传感器均会影响机器人手眼标定的性能。

首先,标定参照物的形状与加工精度是影响标定准确度的关键因素之一。常用标定参照物有球体、圆柱体、局部平面与直边等。由于标准球体具有良好的空间对称性,便于构建标定模型,所以相关研究工作较多^[9],但同时其加工与维护成本较高,细微的球面轮廓误差会给标定系统引入非线性扰动,从而降低标定精度与鲁棒性。

鉴于此,可改进传统标准球标定方法,通过引入约束或优化求解算法提升性能。邓立等^[10]提出一种基于“位姿+平移”的两步法标定思想,该方法基于线激光轮廓仪拟合的标定球半径与标称半径之差为0.019 mm,相较单步法的0.278 mm降低了93.16%,提升了标定精度。Lin等^[11]提出一种位置约束的标定补偿算法,可将标定后特征点平均距离误差从4.573 1 mm降至0.706 9 mm。An等^[12]提出球损失指标函数,并基于此引入组合优化算法对数据集进行筛选与求解,把球体平均损失从1.976降低至0.539,有效抑制了随机误差对标定影响。Ruan等^[13]利用双标定球结构,通过引入球心距离约束来提升标定精度与鲁棒性,采用球面重建的方式来评价标定结果,与单球相比最佳拟合误差降低了66.77%。Tang等^[14]基于标准球设计出半自动标定流程与标定位姿生成模型,并结合机器学习方法检测圆弧特征,其球面重建误差低于 ± 0.1 mm,在提升标定效率的同时减少了人工干预。

尽管采用球体开展标定具有诸多优点,但在实际应用中仍有局限性,例如高精度大尺寸球体不易加工,难以满足大型机器人手眼标定需求。此外,使用圆柱特征^[15-16]、单平面特征^[17-19]和直边特征^[20]亦能获得较好的标定效果,这些方法通过研究标定参照物的轮廓特征与空间分布特性来

建立几何约束方程,由此构建非线性优化模型并进行求解,其标定方式更为灵活,降低了参照物的加工难度,但仍存在一些缺陷。例如,极端情况下采集标准圆柱轮廓会出现数据缺失的情况;利用单平面开展手眼标定,平面约束方程与旋转、平移分量存在非线性耦合,求解复杂度高,易陷入局部最优解;直边标定模型要求机器人保持相同姿态进行扫查以便求解旋转矩阵,这在实际工况下难以严格保证。以上标定参照物的轮廓分布特征均具有单一性,若系统中存在非线性扰动则会影响标定过程的鲁棒性与结果的一致性^[21]。因此,标定参照物采用多样化的轮廓特征将有助于提升手眼标定的综合性能^[22]。

其次,为提升标定精度与抗扰性能,所用视觉传感器通常基于主动式光学三维测量技术,即通过采集和分析向参照物表面投射的光学编码图案,计算出被测物面形轮廓信息^[23]。在该项技术中,条纹投影轮廓法具备较高测量精度与效率^[24],因而被广泛使用,其测量原理是利用光路系统在空间与时间上的相干性,依据被测物反馈的不同类型调制信息(如相位、调制度等)来解调出物体高度信息^[25]。其主要解调方法及性能:傅里叶变换轮廓术通过单帧测量、频域变换与滤波来获取相位,不适于测量表面反射率分布不均的物体;相位测量轮廓术采集物体调制后的多帧变形条纹来计算其相位信息,具有良好抗扰性和测量精度,但测量速度较慢。这两种技术被普遍应用于结构光测量领域。莫尔轮廓术经历了多次衍变且较为成熟,但需引入正弦光栅并采集干涉图案(莫尔条纹),故结构相对复杂;而计算莫尔轮廓术通过算法生成莫尔条纹,其精度接近相位测量轮廓术。调制度测量轮廓术虽无需求解相位信息,但也需分析多帧条纹强度信息,因此耗时较长。而动态相位差轮廓术进一步提升了检测效率,适用于高速测量场合。此外,主动测量技术中的另一种方法是激光三角测量法,它利用三角形相似原理计算物体深度信息,其分辨率可达微米级且测量效率高,非常适合工业动态在线测量与精度要求。

目前,常用的视觉传感器为 3D 结构光相机(基于相位测量轮廓术)与线激光轮廓传感器(基于激光三角测量法)。由于二者所采集的标定参

照物表面数据精度较高,因此可基于几何模型重建的思想构建手眼标定模型。Xing 等^[26]利用 3D 相机对五种空间物体开展三维重建来实现手眼标定,即基于 ICP 方法开展参照物多视角点对配准来同步完成手眼标定,该方法可收敛至正确解,最大平移误差与旋转误差分别为 2.53 mm 和 0.58°。Li 等^[27]以 L 形非对称平面为标定和重建参照物,利用线激光传感器采集平面轮廓数据,采用 PSO-GP 算法和最小二乘法分别求解旋转分量与平移分量,重建精度达 0.125 6 mm,重投影误差优于传统方法,但求解耗时较长。对空间任意自由曲面进行重建也可用于机器人手眼标定,文献[28]使用叶片作为标定参照物进行重建,采集 120 组机器人姿态与点云数据开展标定,其标定性能优于球体方法,平均误差降低近 50%,标定精度较高。与标准球相比,基于三维重建开展标定虽然解决了特征单一性的问题,但需采集大量数据进行配准优化求解,这不仅会降低标定效率^[29],数据中所包含的噪声与异常值也会影响标定精度与配准求解的稳定性^[30]。

本文提出的手眼标定方法基于线激光轮廓扫描仪,采用一种平面带约束线轮廓点集配准方式实现。首先,说明基于所述方法开展手眼标定的基本思想,以非对称直角三角形标定参照物为例说明其标定流程。其次,结合标定参照物有界平面上线轮廓特征点的几何特性,构建手眼标定模型,先基于角点粗配准方法缩小精配准变换矩阵的搜索范围,再依据测得的轮廓特征点与其所在理想轮廓线上投影点之间的距离均方误差来完成精配准。此后,基于协方差矩阵自适应进化策略求解手眼标定参数,提出轮廓损失误差指标来评价标定的性能。最后,通过开展标定实验与标准球重建实验,证明了所述方法比传统方法具有更佳的标定精度、求解效率与鲁棒性。

2 手眼标定思想与流程

所述标定方法的基本思想是:设计一种具有平面轮廓特征的标定参照物,其平面轮廓具有封闭性与有界性,轮廓边界形状可采用直线或者弧线,利用线激光轮廓传感器采集标定参照物有界平面的线轮廓特征,先基于角点粗配准方法确定配准变换矩阵的搜索空间,再计算平面上轮廓点

集与其所在理想轮廓线上投影点集之间的距离均方误差,并以此作为轮廓边界精配准的依据,求出手眼标定参数。当平面轮廓特征为非对称闭合轮廓时,可保证配准变换矩阵的唯一性。

三角形是满足有界平面闭合轮廓的最简多边形,其线轮廓特征仅包含三条闭合直线,与其他多边形及平面轮廓特征(如平面度)相比,更易于实现高精度加工且成本相对较低,由于其轮廓线数量更低,便于提升机器人示教与标定效率。若采用更复杂的平面闭合轮廓标定物,的确有助于提升标定精度,但必须保证较高的加工精度,同时复杂的轮廓特征也将降低标定效率。此外,三角形具有直观且良好的几何性质和约束条件,例如结构稳定性、内角和恒定为 180° 等,可作为标定精度辅助校验手段。若进一步利用其轮廓点到轮廓线的投影约束构建配准点对,可在合理平衡标定精度的同时提升标定效率。鉴于此,本文选择图1所示的非对称直角三角形为标定参照物。下面基于该参照物阐述平面带约束线轮廓点集配准的手眼标定流程,如图2所示。

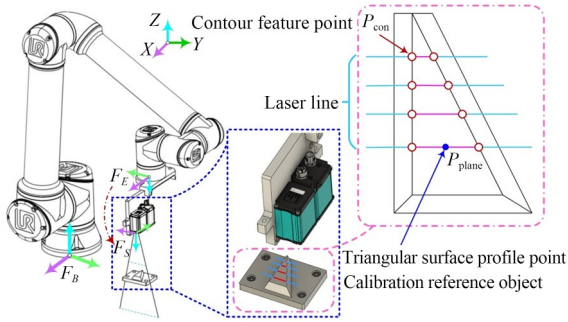


图1 机器人手眼标定参照物与特征提取示意图

Fig. 1 Calibration reference object and feature extraction

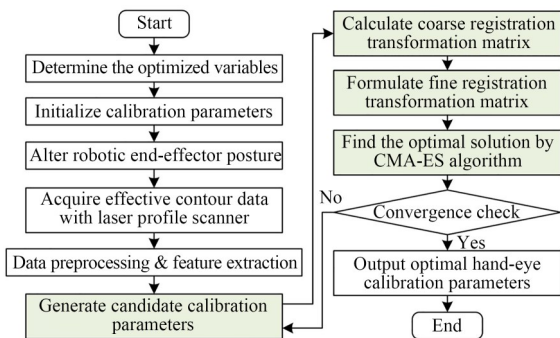


图2 手眼标定流程图

Fig. 2 Process for solving hand-eye calibration parameters

首先,确定手眼标定待优化变量与参数初始化。手眼标定中旋转矩阵 ${}^E T_S$ 包含三个优化变量,可用Z-Y-X顺序的欧拉角 r_x, r_y, r_z 来表示,平移向量 ${}^E t$ 中三个优化变量为轴向平移分量 t_x, t_y, t_z 。这些标定参数的初始迭代值可根据线激光轮廓传感器夹具与机器人末端执行器的空间位姿进行预估。对于机器人工作空间中任意点 P ,满足以下坐标变换关系:

$$\begin{cases} {}^B P = {}^B T_E {}^E T_S {}^S P, \\ {}^B T_E = \begin{bmatrix} {}^B r & {}^B t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, {}^E T_S = \begin{bmatrix} {}^E r & {}^E t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \end{cases} \quad (1)$$

其中: ${}^B P$ 为 P 点在机器人基坐标系 F_B 下描述齐次坐标, ${}^S P$ 为 P 点在轮廓传感器坐标系 F_S 下齐次坐标, ${}^E T_S$ 为 F_S 与末端执行器坐标系 F_E 之间齐次变换矩阵(含未知手眼标定参数), ${}^B T_E$ 为 F_E 与 F_B 之间齐次变换矩阵, ${}^B r$ 和 ${}^B t$ 为对应旋转矩阵与平移向量。

其次,利用线激光轮廓传感器采集不同机器人位姿下标定参照物的点云轮廓数据,使用预处理与特征提取方法获取直角三角形表面轮廓特征点信息,得到表面轮廓特征点 P_{plane} 及轮廓线特征点 P_{con} 。

第三,根据手眼标定模型,在 F_B 坐标系下建立实测轮廓线点集与目标轮廓线点集的配准模型,采用基于平面角点的粗配准方法和基于投影约束的线轮廓点集精配准方法分三步构建配准变换矩阵与目标函数。其具体内容在下一节做详细介绍,这三个基本步骤为:第一步使用基于轮廓线交点(角点)的粗配准方法求出粗配准矩阵以缩小精配准搜索范围。为此,要先建立传感器坐标系 F_S 下描述的实测轮廓线特征点 ${}^S P_{con,i}$ 到基坐标系 F_B 下描述的粗配准轮廓特征点 ${}^B P_{con,i}^{coarse}$ 之间的变换关系式:

$${}^B P_{con,i}^{coarse} = T_{coarse} {}^B T_E {}^E T_S {}^S P_{con,i}, \quad (2)$$

其中: i 为特征点序号, T_{coarse} 为粗配准变换矩阵, ${}^B P_{con,i}^{coarse}$ 为 ${}^S P_{con,i}$ 经粗配准后的轮廓特征点,其位置与标定参照物目标轮廓线十分接近。第二步通过投影约束将 ${}^B P_{con,i}^{coarse}$ 投影至目标轮廓线上,获得精配准目标轮廓点 P'_i 。第三步,根据式(3)计算粗配准后的特征点集与目标轮廓线点集之间距离的均方误差 MSE ,由此构建目标函数求出精

配准变换矩阵 T_{fine} :

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \|T_{\text{fine}}^B P_{\text{con}, i}^{\text{coarse}} - P'_i\|^2, \quad (3)$$

其中: n 为点集中的点数, P'_i 为 $P_{\text{con}, i}^{\text{coarse}}$ 对应的投影特征点, 属于目标轮廓线点集, $\|\cdot\|$ 为欧几里得范数。

最后, 基于协方差矩阵自适应进化策略^[31-32] (Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy, CMA-ES) 来优化求解手眼变换参数, 基于式 (2) 和式 (3) 可将目标函数 f_{obj} 进一步写为:

$$f_{\text{obj}} = \min_{\{r, t\}} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \|T_{\text{fine}}^B P_{\text{con}, i}^{\text{coarse}} - P'_i\|^2 \right). \quad (4)$$

当 f_{obj} 取得最小值时, 可得手眼变换参数的最优值。

图 2 中绿色背景部分 (彩图见期刊电子版) 为标定模型核心内容, 通过 CMA-ES 算法生成可行的手眼标定参数集合, 对其执行点集配准流程, 保留均方误差较小的手眼标定参数作为下一代更新的父代种群, 通过不断迭代求出目标函数的最小值, 最终求出手眼标定参数。

3 手眼标定模型与求解方法

以平面非对称直角三角形标定参照物为例, 说明带约束线轮廓点集配准的手眼标定模型和基于 CMA-ES 的参数优化求解方法。

3.1 平面带约束线轮廓点集配准模型

点集配准模型由基于平面角点的粗配准方法和基于投影约束的线轮廓点集精配准方法构成, 旨在快速获取可靠的点对对应关系, 有效提升点集配准效率。下面分别描述其具体内容。

3.1.1 粗配准方法

由于三角形各个轮廓边的交点 (顶点) 能清晰地描述其空间位置, 因此可用其开展轮廓点集的粗配准。在配准前, 需要先拟合直角三角形各边的轮廓线, 再求出轮廓线交点, 这里把交点称作角点。

首先, 在 F_B 坐标系下测量三角形表面上的轮廓特征点 P_{plane} , 基于这些测量点使用 PCA 法拟合出平面 Σ , 如图 3(a) 所示。在测量点中筛选出三角形轮廓边界的特征点, 将其投影至平面 Σ 得到

边界投影特征点, 如图 3(b) 所示。基于最小二乘法对边界投影特征点进行拟合, 得到三角形轮廓边界直线, 拟合的直线交点即为当前角点, 记为 A' , B' 和 C' 。

获得平面 Σ 上当前角点位置之后, 应确定粗配准中目标角点的位置。这里结合图 3(c) 所示的三角形标定参照物的轮廓尺寸, 将三个目标角点分别记为 A , B 和 C , 在 F_B 系下其对应坐标为:

$$\begin{aligned} {}^B P_A &= [0, 0, 0]^T, \quad {}^B P_B = [0, l_2, 0]^T, \\ {}^B P_C &= [-l_1, 0, 0]^T, \end{aligned} \quad (5)$$

其中, l_1 和 l_2 为直角三角形的两个直角边长度。

最后, 采用 Kabsch 算法^[33] 实现粗配准, 其步骤为: 首先, 设目标角点点集为 $\{{}^B P_A, {}^B P_B, {}^B P_C\}$, 设当前角点点集为 $\{{}^B P_{A'}, {}^B P_{B'}, {}^B P_{C'}\}$, 分别计算两个点集的中心点, 再去中心化可得:

$$\begin{cases} {}^B P_{\Delta}^* = {}^B P_{\Delta} - ({}^B P_A + {}^B P_B + {}^B P_C)/3 \\ {}^B P_{\Delta'}^* = {}^B P_{\Delta'} - ({}^B P_{A'} + {}^B P_{B'} + {}^B P_{C'})/3 \end{cases}, \quad (6)$$

其中: ${}^B P_{\Delta}^*$ 为去中心化目标角点点集; ${}^B P_{\Delta'}^*$ 为去中心化当前角点点集; $\Delta = A, B, C$; $\Delta' = A', B', C'$ 。

随后, 建立点集 ${}^B P_{\Delta}^*$ 和 ${}^B P_{\Delta'}^*$ 的协方差矩阵 H :

$$H = {}^B P_A^* ({}^B P_{A'}^*)^T + {}^B P_B^* ({}^B P_{B'}^*)^T + {}^B P_C^* ({}^B P_{C'}^*)^T. \quad (7)$$

再对矩阵 H 做 SVD 分解, 获得粗配准旋转矩阵 r_{coarse} :

$$\begin{cases} H = U \cdot \Sigma \cdot V^T \\ r_{\text{coarse}} = U \cdot V^T \end{cases}, \quad (8)$$

其中: U 与 V 为正交矩阵; Σ 为对角阵。

最后, 根据 r_{coarse} 求解平移矩阵 t_{coarse} 及 T^{coarse} :

$$\begin{cases} t_{\text{coarse}} = {}^B P_{\Delta} - {}^B P_{\Delta'}^* + r_{\text{coarse}} \cdot ({}^B P_{\Delta'}^* - {}^B P_{\Delta'}) \\ T^{\text{coarse}} = \begin{bmatrix} r_{\text{coarse}} & t_{\text{coarse}} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{cases}. \quad (9)$$

该算法通过矩阵运算提取当前角点位置, 针对两组角点依次使用质心对齐、协方差矩阵 SVD 分解来获取两组角点点集之间变换关系, 快速完成粗配准, 其示意图如图 3(d) 所示。与依赖迭代优化的传统粗配准方法相比, 本方法基于矩阵运算的解析特性实施配准, 避免了多次迭代产生的耗时, 在保证配准精度的同时显著提升了效率。应用本方法可快速建立全局范围内的粗略对应关系, 将精配准的搜索空间从整个工作空间压缩至包含目标点集的局部邻域内, 缩小后的配准搜

索空间大幅降低后续优化的计算复杂度与收敛

难度,避免其陷入局部最优解。

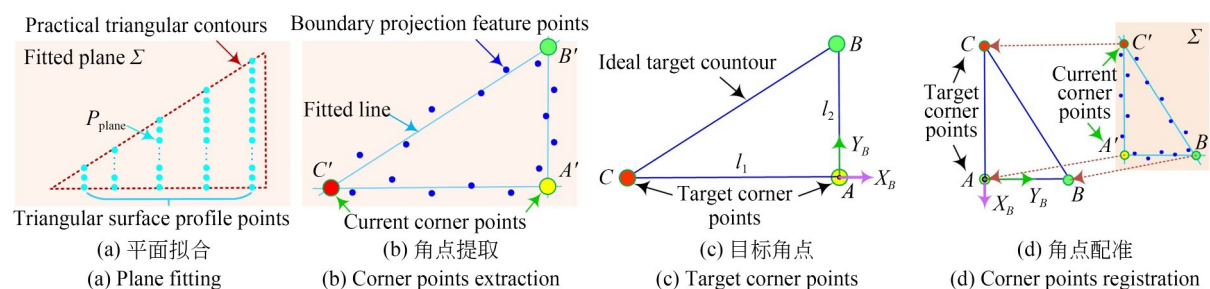


图 3 基于角点的粗配准过程示意图

Fig. 3 Process of coarse registration based on corner points

3.1.2 精配准方法

完成粗配准后,应对当前实测轮廓线特征点集 P_{con}^{coarse} 进行精配准操作。其目的是寻求一组手眼变换参数,来实现实测轮廓线点集与目标轮廓线点集的高精度对齐。传统基于点云配准标定方法是通过对标定物轮廓进行离散化采样来构建目标点集,同时采用点到点搜索方式寻找最近邻点。与此不同,本方法先通过空间投影约束将源点集中的各点投影到三角形标定参照物的理想轮廓线上,然后直接把对应投影点作为精配准的最近邻点,将全部投影点设为配准目标点集,图 4(a)以 AC 边为例说明其过程。这改变了传统精配准流程中依赖点对搜索的范式,利用投影约束在理想轮廓线上生成的精配准目标点集,确立点对间的可靠对应关系,提升了配准效率。

若理想轮廓线的端点为 A 和 B,则该段轮廓线的方向向量 $\mathbf{v}$ 可表示为:

$$\mathbf{v} = {}^B P_B - {}^B P_A. \quad (10)$$

粗配准后,实测轮廓线特征点集上的一点在该轮廓线上的投影为:

$$\begin{cases} P'_i = {}^B P_{con,i}^{coarse} + \lambda_i \mathbf{v}, \\ \lambda_i = ({}^B P_{con,i}^{coarse} - P_A) \cdot \mathbf{v} / \|\mathbf{v}\|^2, 0 \leq \lambda_i \leq 1 \end{cases} \quad (11)$$

其中: P'_i 为 $P_{con,i}^{coarse}$ 对应的投影点,对 λ_i 施加该约束以确保投影点始终位于线段 AB 上。

在投影之前,应确保将实测轮廓线点集投影至正确的理想轮廓线上,利用非对称直角三角形几何特性,基于所求实测轮廓线长度与相互转角

值确定实测轮廓线点与理想轮廓线之间归属关系。在基于粗配准中方法,对式(4)中目标函数进行迭代求解,当两组点集之间的距离均方误差满足预设要求时,可实现当前实测轮廓线点集与目标点集的高精度对齐,如图 4(b)所示,进而确定机器人手眼变换参数。该方法通过融合三角形平面几何先验信息,构建出一套高效的点集对齐框架,有助于提升求解效率。

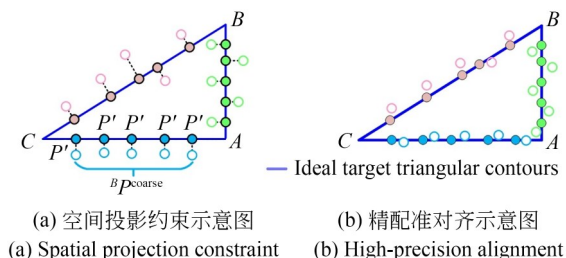


图 4 精配准过程示意图

Fig. 4 Fine registration process

3.2 参数优化方法

构建完手眼标定模型后,基于 CMA-ES 优化算法求解手眼变换参数,它是一种基于种群的随机优化算法,选择此方法的原因为:

(1) 该算法采用概率性搜索策略有效地提升了复杂场景下搜索最优解时迭代收敛的稳定性与鲁棒性。

(2) 该算法使用协方差矩阵自动调整优化参数,无需手动调参,提升了执行效率并降低人为误差。

CMA-ES 的基本原理是:基于进化策略,通过不断迭代逐步逼近最优解。在迭代过程中,算法根据正态分布生成新的候选解,计算对应的目标函数值,然后选择高适应度部分作为下一代的父代,并更新正态分布均值、协方差矩阵与步长,使搜索过程更易收敛于全局最优解。

$$\begin{cases} C_m^{(g+1)} = (1 - c_1 - c_\mu)C_m^{(g)} + c_1 p_c^{(g+1)}(p_c^{(g+1)})^T + c_\mu \sum_{\epsilon=1}^{\mu} w_\epsilon z_{\epsilon;\gamma}^{(g+1)}(z_{\epsilon;\gamma}^{(g+1)})^T, \\ z_{\epsilon;\gamma}^{(g+1)} = [u_{\epsilon;\gamma}^{(g+1)} - m^{(g)}] / \sigma^{(g)} \end{cases} \quad (12)$$

其中: c_1 为秩1更新率, c_μ 为秩 μ 更新率, g 为进化代索引, p_c 为进化路径, w 为权重, μ 为父代数量, γ 为子代数量, $u_{\epsilon;\gamma}$ 为第 ϵ 个最优个体, m 为搜索后个体均值, σ 为对应步长。

3.3 评价方法

为进一步科学、有效地评估手眼标定参数的精度,提出边长损失误差(Edge Length Loss Error, LE)与轮廓损失误差(Profile Loss Error, PLE)两个评估指标,其表达式分别定义为:

$$LE_j = |L_j^{\text{recon}} - L_j^{\text{real}}|, \quad (13)$$

$$PLE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (L_j^{\text{recon}} - L_j^{\text{real}})^2}, \quad (14)$$

其中: L_j^{recon} 代表基于手眼标定参数重建后的有界平面轮廓线的重建尺寸, L_j^{real} 为实际有界平面轮廓线尺寸, n 为有界平面轮廓边长数, j 为对应序号。

由于所述标定方法是以平面三角形轮廓为例展开研究,因此 $n=3$ 。先采用粗配准中的方法计算出当前角点,再由当前角点之间的距离来获

其核心思想是通过正态分布生成候选解,当出现适应度更高的候选解时,用其替代历史最优解,最终得到满足收敛条件的全局最优解,停止迭代的条件为目标函数小于设定阈值或者经过 n 代后迭代变化量小于阈值。协方差矩阵 C_m 的更新公式为:

取各边的重建尺寸 $L_j^{\text{recon}}(j=1,2,3)$:

$$\begin{cases} L_1^{\text{recon}} = \|P_{A_{\text{recon}}} - P_{B_{\text{recon}}}\|, \\ L_2^{\text{recon}} = \|P_{B_{\text{recon}}} - P_{C_{\text{recon}}}\|, \\ L_3^{\text{recon}} = \|P_{C_{\text{recon}}} - P_{A_{\text{recon}}}\|, \end{cases} \quad (15)$$

其中:重建后的角点记为 A_{recon} , B_{recon} 和 C_{recon} 。提出边长与轮廓损失误差指标,为评估手眼标定参数提供了一套直观且有效的量化标准。

4 实验与对比分析

图5为机器人手眼标定所采用的实验平台。图中,机器人采用UR10e六轴关节协作机器人,重复定位精度 ± 0.05 mm;视觉轮廓传感器采用wenglor MLSL133线激光扫描仪,线性偏差 $95 \mu\text{m}$;标定参照物通过基板固定在机器人工作空间内,将其设计为底边长25 mm、高度50 mm的平面直角三角形,其对应的配准目标角点位置坐标分别为 ${}^B P_A(0,0,0)$, ${}^B P_B(0,25,0)$ 和 ${}^B P_C(-50,0,0)$,其轮廓形状如图5(b)所示。图5(c)和图5(d)分别为扫描仪线激光扫描标定件及其轮廓采

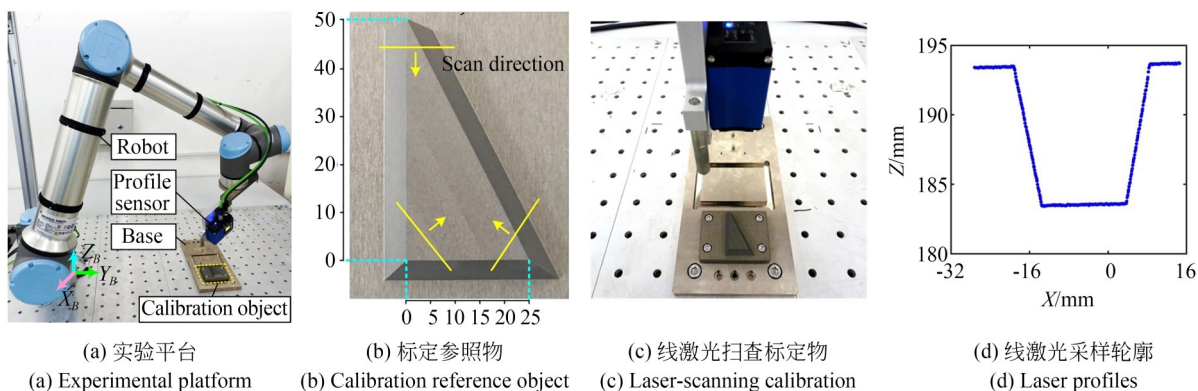


图5 标定实验平台与线激光采样轮廓图

Fig. 5 Calibration experimental platform and laser profiles

样点云数据。CMA-ES 算法的参数初始化情况如表 1 所示。

表 1 CMA-ES 初始化参数

Tab. 1 Initialization parameters of CMA-ES

参数	初始化数值
问题维度 N	6
父代数量 μ	5
子代数量 λ	9
初始步长 σ_0	0.5
最大迭代次数	1 000
初始(均)值 m_0	$[0, 0, 90, 169.296\ 45, -46, 110.95]$

4.1 不同机器人姿态数量下标定对比实验

为研究机器人姿态数量对标定方法影响,通过对比分析各组手眼标定参数对应的 LE, PLE 和标准球直径拟合偏差三项指标,来评价其整体性能。

首先,将标定参照物水平放置于机器人工作

空间,如图 5(a)所示,利用机器人和轮廓传感器采集标定参照物表面轮廓,共采集 5 组轮廓数据,每组数据使用 3 种不同机器人姿态以图 5(b)中 3 个方向进行扫查,每种姿态下扫查 10 条参照物轮廓数据。然后,对采集到的 5 组特征数据进行组合,若从中选取 k 组数据,所得全部机器人姿态数量为 $3k$ 个。当 $k=1, 2, 3, 4$ 时,对应的姿态数量分别为 3 个、6 个、9 个和 12 个。表 2~表 5 为不同 k 值进行组合开展标定实验的评价结果,通过重建三角形轮廓计算评价指标 LE 与 PLE 来量化和评估不同姿态数量下的标定结果。其中,将 AB 边的 LE 标识为 LE_{AB} ,表示 AB 边重建长度与设计长度的差值,同理 AC 边与 BC 边对应的 LE 分别标识为 LE_{AC} 和 LE_{BC} 。

其次,需进一步分析 LE 与 PLE 量化值的分布区间与标定精度之间对应关系,以便合理评价标定结果。为此,基于标定结果对标称直径为 38.1 mm 的标准球进行三维重建,计算球径重建偏差 (Sphere Reconstructed Diameter Deviation,

表 2 3 个机器人组合姿态数时实验结果

Tab. 2 Experimental results with three robotic postures

Combination index	LE_{AB}/mm	LE_{AC}/mm	LE_{BC}/mm	PLE	SRD /mm
1	0.218 3	0.376 4	0.477 0	0.372 7	0.093 5
2	0.024 2	0.068 3	0.031 4	0.045 6	0.030 8
3	0.076 3	0.082 2	0.134 7	0.101 2	0.025 2
4	0.040 4	0.114 3	0.147 5	0.110 2	0.022 8
5	0.097 0	0.036 2	0.133 6	0.097 6	0.028 5
Mean	0.091 2	0.135 5	0.184 8	0.145 5	0.040 2

表 3 6 个机器人组合姿态数时实验结果

Tab. 3 Experimental results with six robotic postures

Combination index	LE_{AB}/mm	LE_{AC}/mm	LE_{BC}/mm	PLE	SRD/mm
(1,2)	0.074 4	0.080 3	0.116 7	0.092 4	0.021 2
(1,3)	0.091 2	0.091 3	0.166 4	0.121 6	0.013 3
(1,4)	0.105 2	0.114 8	0.175 0	0.135 3	0.035 2
(1,5)	0.096 2	0.109 8	0.175 2	0.131 7	0.022 6
(2,3)	0.034 0	0.027 7	0.012 1	0.026 3	0.027 4
(2,4)	0.076 2	0.064 8	0.118 5	0.089 5	0.022 2
(2,5)	0.084 6	0.011 4	0.087 5	0.070 6	0.021 9
(3,4)	0.087 1	0.065 5	0.140 6	0.102 7	0.013 9
(3,5)	0.086 2	0.038 5	0.114 4	0.085 6	0.009 0
(4,5)	0.098 0	0.067 5	0.145 7	0.108 6	0.014 0
Mean	0.083 3	0.067 2	0.125 2	0.096 4	0.020 1

表 4 9 个机器人组合姿态数时实验结果

Tab. 4 Experimental results with nine robotic postures

Combination index	LE_{AB}/mm	LE_{AC}/mm	LE_{BC}/mm	PLE	SRD /mm
(1,2,3)	0.071 7	0.017 6	0.075 4	0.060 9	0.020 1
(1,2,4)	0.079 6	0.068 2	0.114 8	0.089 7	0.023 0
(1,2,5)	0.083 4	0.059 9	0.118 0	0.090 3	0.021 7
(1,3,4)	0.089 9	0.070 0	0.139 1	0.103 8	0.015 8
(1,3,5)	0.085 8	0.047 8	0.118 1	0.088 7	0.015 9
(1,4,5)	0.095 0	0.084 5	0.147 5	0.112 4	0.021 4
(2,3,4)	0.075 7	0.033 7	0.097 8	0.074 0	0.019 2
(2,3,5)	0.076 5	0.013 7	0.082 6	0.065 5	0.019 6
(2,4,5)	0.087 2	0.059 3	0.125 4	0.094 6	0.018 7
(3,4,5)	0.089 5	0.051 2	0.126 5	0.094 2	0.010 2
Mean	0.083 4	0.050 6	0.114 5	0.087 4	0.018 6

表 5 12 个机器人组合姿态数时实验结果

Tab. 5 Experimental results with twelve robotic postures

Combination index	LE_{AB}/mm	LE_{AC}/mm	LE_{BC}/mm	PLE	SRD/mm
(1,2,3,4)	0.078 6	0.042 4	0.101 4	0.078 0	0.019 4
(1,2,3,5)	0.079 9	0.034 2	0.098 3	0.075 7	0.020 2
(1,2,4,5)	0.084 0	0.064 8	0.120 7	0.092 8	0.021 1
(1,3,4,5)	0.087 1	0.054 5	0.122 4	0.092 3	0.014 9
(2,3,4,5)	0.083 0	0.040 3	0.108 5	0.082 3	0.016 9
Mean	0.082 5	0.047 2	0.110 3	0.084 2	0.018 5

SRD)。重建共采集 48 组测量数据,表 6 为对应姿态和采样组数。

表 6 标准球重建时机器人姿态与采样组数

Tab. 6 Robotic poses and dataset number of reconstructed spheres

Robot Postures			Dataset number
$R_x/(^{\circ})$	$R_y/(^{\circ})$	$R_z/(^{\circ})$	
180	0	0	12
180	0	45	12
180	0	-45	12
180	0	90	12

通过分析表 2 至表 5 中数据可知,选取不同数量的机器人姿态进行标定时,其评价指标量化值会存在差异。随着姿态数量的增加,各边长对应 LE 均值、PLE 均值和标称直径偏差值都在不断减少,其中 LE_{AB} 均值从 0.091 2 mm 降至 0.082 5 mm, LE_{AC} 均值从 0.135 5 mm 降至 0.047 2 mm, LE_{BC}

均值从 0.184 8 mm 降至 0.110 3 mm, PLE 均值从 0.145 5 降至 0.084 2, SRD 均值从 0.040 2 mm 降至 0.018 5 mm。上述三项评价指标呈下降趋势的同时,对应差值也在不断减小,说明边长损失误差、轮廓损失误差与球径偏差均呈现收敛趋势,如图 6 所示。当姿态数量为 9 和 12 时, PLE 与 SRD 的波动性均低于表 2 和表 3 中的对应值,说明其整体标定结果具有较好的稳定性与鲁棒性,增加姿态数量有助于提升标定性能。为进一步评估 PLE 的波动上限,计算四种组合下 PLE 均值的单侧置信区间上限,置信水平设为 97.5%,所求上限分别为 0.166 2, 0.097 2, 0.087 6 和 0.084 3,因此,低于该上限值的标定结果通常具有较好的可信度,图 6 对该上限值进行了标注。

另一方面,图 7 给出所有组合姿态下 PLE 分布值与 SRD 的对应关系。随着标定姿态数量的增加,SRD 呈现出总体下降的趋势,当 PLE 量化值分布在 $[0, 0.15]$ 区间内时,SRD 均低于 0.04

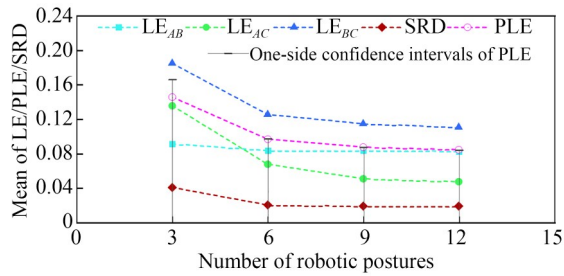


图 6 不同姿态数量下评价结果对比
Fig. 6 Comparison of evaluation results with various poses

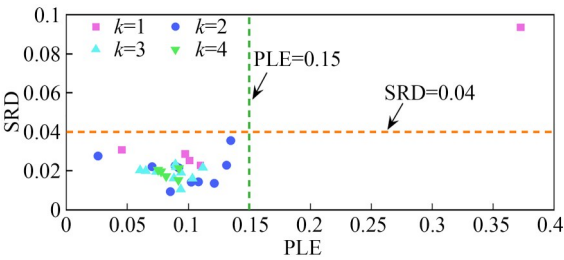


图 7 PLE 与 SRD 之间的分布关系
Fig. 7 Distribution of PLE and SRD

mm。这说明在当前组合姿态下,所求标定结果对应的 PLE 越低,标定结果的相对精度水平就会越高,二者的变化趋势具有一致性。但综合分析所有标定结果可知,PLE 与 SRD 之间并不存在严格的比例关系,即把数值接近的 PLE 作对

比,较小的 PLE 未必具有更低的 SRD。其原因在于标定过程与重建过程中均存在机器人系统非线性误差与噪声,造成机器人位姿与传感器采样数据偏离真实值,使其产生局部波动,但二者总体变化趋势是一致的,图 7 中随着位姿数量的增加,其波动幅度逐渐减小,呈现出逐步聚合收敛的现象。这说明在合理增加标定位姿数量的基础上,选用 PLE 量化值较小的标定结果,可以获得更加稳定可靠的标定精度,从而验证了其有效性。

表 7 给出了表 5 中各组合姿态下的手眼标定参数与标准差(Standard Deviation, SD)。其中,欧拉角最大标准差为 0.099 8°,平移分量最大标准差为 0.080 6 mm,说明该组标定结果具有较好的稳定性与鲁棒性。为进一步分析标定方法的有效性,计算测量数据点到重建球球心的距离,将其与重建半径之差的绝对值定义为球面投影误差(Projection Error of Sphere, PES),它能反映每个测量点在重建球面上的分布状况。表 8 给出了 PES 的最大值、平均值与标准差,图 8 为表 5 中姿态组合索引为(2,3,4,5)时的重建图。其中,PES 标准差的最大值为 0.065 mm,说明本方法可获得良好的重建轮廓精度。采用不同的扫

表 7 12 个机器人组合姿态数时标定参数
Tab. 7 Calibration parameters with twelve robotic postures

Results	(1,2,3,4)	(1,2,3,5)	(1,2,4,5)	(1,3,4,5)	(2,3,4,5)	SD
$r_x/(^{\circ})$	-0.258 7	-0.281 2	-0.315 8	-0.269 0	-0.239 2	0.025 5
$r_y/(^{\circ})$	0.106 8	0.116 0	0.099 0	0.123 2	0.124 9	0.099 8
$r_z/(^{\circ})$	89.884 5	89.870 9	89.890 4	89.888 9	89.879 8	0.007 0
t_x/mm	169.081 9	169.152 5	169.257 7	169.099 9	169.017 0	0.080 6
t_y/mm	-46.162 3	-46.201 0	-46.131 1	-46.210 6	-46.220 4	0.033 4
t_z/mm	111.824 2	111.830 7	111.864 0	111.780 0	111.790 1	0.030 1

表 8 标准球重建结果与误差
Tab. 8 Standard sphere reconstruction outcomes and errors

Combination index	Reconstructed diameter/mm	SRD /mm	PES/mm		
			Max	Mean	SD
(1,2,3,4)	38.080 6	0.019 4	0.265 4	0.080 3	0.063 2
(1,2,3,5)	38.079 8	0.020 2	0.267 9	0.080 6	0.063 9
(1,2,4,5)	38.078 9	0.021 1	0.274 9	0.082 1	0.065 0
(1,3,4,5)	38.085 1	0.014 9	0.259 2	0.078 5	0.062 5
(2,3,4,5)	38.083 1	0.016 9	0.257 9	0.078 5	0.062 4

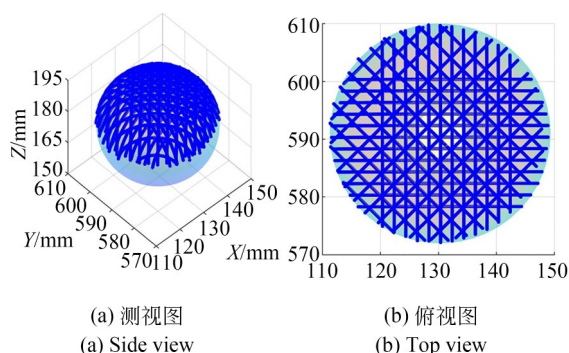


图 8 标准球重建示意图

Fig. 8 Illustration of standard sphere reconstruction

查姿态能降低重建过程中由非线性误差引入的整体平移偏差,有助于获得更为准确的评价结果。

最后,基于表 1 中初始标定值 m_0 和表 7 中组合索引为 (2,3,4,5) 的标定结果,重建标定参照物的三角形轮廓,如图 9 所示。图中画出了目标轮廓线与精配准后的轮廓特征点,根据二者之间垂直距离值,设置重建轮廓线上特征点的颜色。通过对比可知,标定前该距离的最大值为 0.973 8 mm,均值为 0.347 0 mm,其中多个距离值超过 0.5 mm;而标定后该距离值明显降低,最大值仅为 0.201 9 mm,均值为 0.061 8 mm,说明本方法能有效提升重建精度,证明了其可行性与有效性。同时,可根据不同标定精度要求决定机器人姿态数量,来增加标定灵活性。图 10 以表 5 中 12 个机器人组合姿态为例,对比分析了 CMA-ES 与 粒子群 (Particle Swarm Optimization, PSO) 求解算法的性能。其中,图 10(a)与图 10(b)针对姿态组合索引 (2,3,4,5),给出了两种算法求解收敛过程,虽然前者迭代步数多于后者,

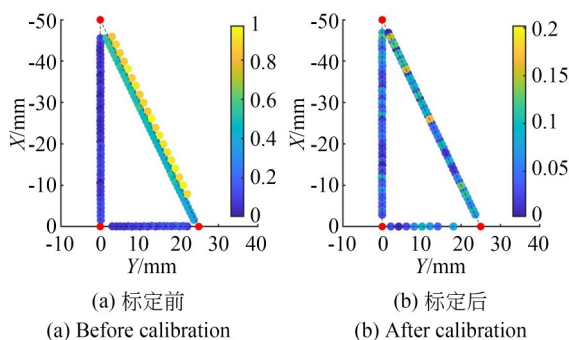
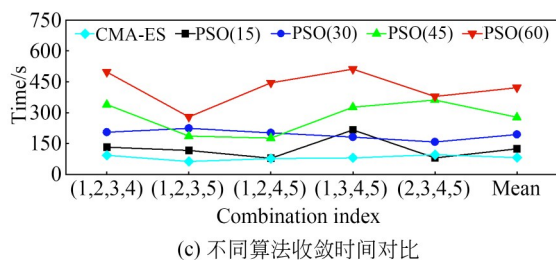
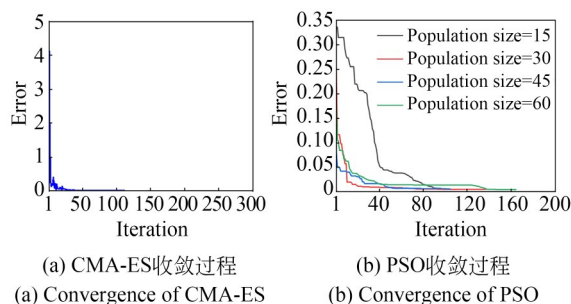


图 9 标定前后三角轮廓重建结果对比

Fig. 9 Comparison of triangular contour reconstruction results



(c) Comparison of convergence time of different algorithms

图 10 不同求解算法性能对比

Fig. 10 Performance comparison of different algorithms

但耗时更少;后者对比了四个粒子种群数量下的收敛过程,其耗时会随粒子数的增加而上升。图 10(c)综合了五种组合姿态下的收敛时间,CMA-ES 平均耗时 82.02 s,优于不同种群数量下 PSO 算法求解时间,且总体波动较小,说明其自适应搜索机制在求解效率与稳定性上更佳。与同类基于三维重建思想开展标定的方法相比^[24],其求解效率更优,可满足工程应用需求。

4.2 参照物不同摆放姿态下对比实验

为研究标定参照物不同摆放姿态对标定方法的影响,在实验中采用三种不同姿态对其进行扫描和手眼标定,如图 11 所示。其中,水平姿态 1 与水平姿态 2 为参照物水平放置于机器人工作空间中,姿态 2 可由姿态 1 绕 Z_B 轴旋转 180° 后得到;姿态 3 是将参照物绕 Y_B 轴旋转 30° 倾斜摆放于机器人工作空间中。基于上述 3 种放置姿态,分别采集标定参照物轮廓特征数据,采集方式和数量与上节标定实验相同。将组合姿态数取为 12,表 9 和表 10 分别给出了姿态 2 和姿态 3 下对标准球进行重建的结果。

对比表 8~表 10 中数据可知,姿态 1 下重建球直径的最大拟合偏差为 0.021 1 mm,球面投影误差的最大标准差为 0.065 mm;姿态 2 下重建球直径的最大拟合偏差为 0.031 3 mm,球面投影误差的最大标准差为 0.060 4 mm;姿态 3 下重建球

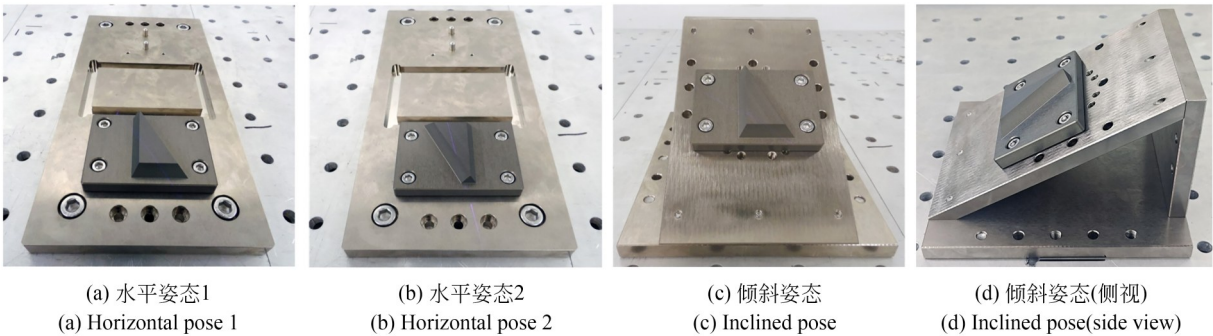


图 11 不同摆放姿态下扫描标定参照物

Fig. 11 Calibration reference object scan in different poses

表 9 姿态 2 下标准球的重建结果

Tab. 9 Sphere reconstruction results in pose 2

Combination index	Reconstructed diameter/mm	SRD /mm	PES /mm		
			Max	Mean	SD
(1,2,3,4)	38.112 7	0.012 7	0.216 6	0.073 2	0.056 8
(1,2,3,5)	38.131 3	0.031 3	0.244 5	0.073 4	0.059 0
(1,2,4,5)	38.097 9	0.002 1	0.251 8	0.077 1	0.060 4
(1,3,4,5)	38.114 5	0.014 5	0.243 4	0.072 2	0.058 7
(2,3,4,5)	38.121 4	0.021 4	0.228 3	0.074 0	0.056 8

表 10 姿态 3 下标准球的重建结果

Tab. 10 Sphere reconstruction results in pose 3

Combination index	Reconstructed diameter /mm	SRD /mm	PES /mm		
			Max	Mean	SD
(1,2,3,4)	38.073 7	0.026 3	0.287 0	0.084 9	0.067 3
(1,2,3,5)	38.071 3	0.028 7	0.280 6	0.084 8	0.066 7
(1,2,4,5)	38.086 1	0.013 9	0.240 0	0.075 6	0.062 3
(1,3,4,5)	38.071 2	0.028 8	0.277 8	0.083 9	0.067 2
(2,3,4,5)	38.051 2	0.048 8	0.344 9	0.096 3	0.080 0

直径的最大拟合偏差为 0.048 8 mm,球面投影误差的最大标准差为 0.08 mm。以上偏差值是在三种不同参照物摆放姿态下测量的,且均小于 0.1 mm,由于误差波动范围较小,说明本方法得到的标定结果能取得较好的标准球重建结果,可有效规避因参照物摆放位姿差异过大而陷入局部最优解的情况发生,进一步验证了方法的稳定性、鲁棒性与一致性。

4.3 球心坐标拟合对比实验

为进一步验证所述标定方法稳定性与鲁棒

性,基于 4 种机器人姿态采集 16 组标准球轮廓数据,然后采用单步标定法求解手眼标定参数。该方法的标定过程为:首先,使用线激光扫描仪获取多组球体圆弧轮廓表面数据,基于该数据拟合出圆弧对应的圆周,计算出圆周半径 r 与圆心位置,通过计算球体已知半径 R 与 r 之间的距离拟合出球心位置坐标;其次,利用机器人位姿信息与基座标系中球心位置的唯一性建立手眼变换矩阵约束方程;最后,利用最小二乘法求解该方程,得到扫描仪与机器人末端执行器的位姿变换

关系。基于单步标定法对 16 组标准球轮廓数据 进行计算,得到的手眼标定结果:

$$\begin{cases} {}^e_s\boldsymbol{r}^{\text{sphere}}=[-0.074\,6^\circ,0.283\,8^\circ,89.876\,2^\circ], \\ {}^e_s\boldsymbol{t}^{\text{sphere}}=[169.397\,6\text{ mm},-47.290\,5\text{ mm},111.975\,5\text{ mm}]. \end{cases}\quad (16)$$

在 F_B 坐标系下,基于式(16)的标定结果与表 7 中姿态组合索引为(2,3,4,5)的标定结果,分别 计算出 16 组轮廓数据的球心位置坐标,如图 12 所示。

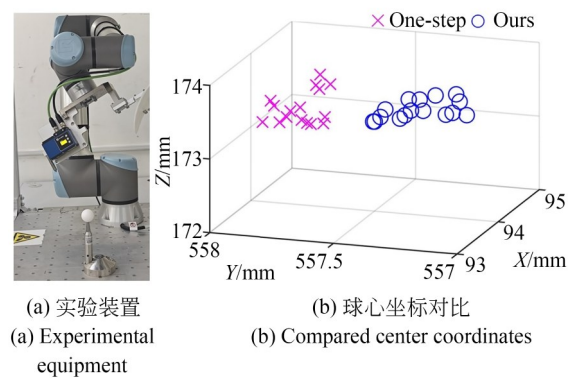


图 12 球心坐标拟合实验

Fig. 12 Fitting experiment of spherical center coordinates

单步标定法的球心坐标标准差为[0.196 3 mm, 0.056 6 mm, 0.193 1 mm],标准差均值为 0.148 7 mm;所述方法的球心坐标标准差为 [0.039 2 mm, 0.121 0 mm, 0.142 7 mm],标准 差均值为 0.101 mm。通过对比可知,本方法求 出的球心坐标标准差在 X 轴和 Z 轴方向上低于 单步法,标准差均值也明显低于单步法,说明本 方法所获球心坐标的总体离散程度更小,能有效 减小在标定过程中随机误差的影响,具有更高的 稳定性与可靠性。

4.4 标定精度对比实验

下面从轮廓重建的角度对比分析所述方法 和单步法的标定精度。首先,基于单步法中采集 的 16 组标准球轮廓数据,从中随机抽取 8 组轮廓 数据,重复 10 次可求出 10 组手眼标定参数,利用 这些标定结果分别对直角三角形标定参照物轮 廓和标准球轮廓进行重建,表 11 和表 12 为其重 建结果。对比表 5 和表 11 中数据可知,所述方法 求出的 PLE 均值和各边 LE 均值都低于单步标定 法。其中,PLE 均值降低了 0.141 9。对比表 5,8 和表 12 中数据可知,所述方法在重建球时的 SRD 均值为 0.018 5 mm,低于单步标定法的

表 11 单步标定法重建三角形轮廓结果

Tab. 11 Triangular contour reconstruction by one-step method

No.	LE _{AB} /mm	LE _{AC} /mm	LE _{BC} /mm	PLE
1	0.244 3	0.456 3	0.584 3	0.450 7
2	0.260 5	0.185 8	0.397 3	0.294 5
3	0.101 5	0.030 0	0.152 0	0.106 9
4	0.115 0	0.037 2	0.195 8	0.132 9
5	0.134 2	0.081 5	0.186 0	0.140 5
6	0.122 1	0.261 4	0.184 9	0.197 8
7	0.181 7	0.303 2	0.379 5	0.299 4
8	0.143 8	0.201 3	0.335 3	0.240 6
9	0.238 0	0.295 2	0.451 7	0.340 5
10	0.006 8	0.070 6	0.068 7	0.057 0
Mean	0.154 8	0.192 3	0.293 5	0.226 1

表 12 单步标定法重建标准球结果

Tab. 12 Standard sphere reconstruction by one-step method

No.	SRD / mm	PES/mm		
		Max	Mean	SD
1	0.048 7	0.454 3	0.132 6	0.102 8
2	0.053 9	0.436 9	0.117 2	0.087 7
3	0.004 7	0.229 8	0.073 2	0.057 0
4	0.022 3	0.302 1	0.092 3	0.067 0
5	0.089 5	0.404 3	0.116 3	0.087 1
6	0.074 6	0.532 8	0.154 2	0.124 6
7	0.139 8	0.550 6	0.173 9	0.131 7
8	0.042 0	0.324 2	0.084 3	0.070 4
9	0.047 5	0.383 9	0.119 5	0.089 8
10	0.031 9	0.320 4	0.102 9	0.079 9
Mean	0.055 5	0.393 9	0.116 6	0.089 8

0.055 5 mm;进一步对比 PES 的最大值、均值和 标准差可知,表 8 中求出的 PES 总体水平平均低于 单步标定法。其次,利用 16 组标准球轮廓数据求 出的手眼标定参数,重建直角三角形标定参照物 轮廓,其 PLE 值为 0.102 5,SRD 为 0.113 8,PES 的最大值、均值和标准差分别为 0.354 3,0.103 5 和 0.081 9,均高于表 5 和表 8 中的对应值。综合

上述结果可知,所述标定方法相较于单步标定法可进一步提升标定精度。

5 结 论

为实现高精度机器人手眼标定,基于UR10e和线激光轮廓传感器提出平面带约束线轮廓点集配准的手眼标定方法。该方法将有界平面上非对称直角三角形设计为标定参照物,利用机器人与视觉传感器采集三角形平面与轮廓线的特征数据,结合平面尺寸信息进行带约束线轮廓点集配准,先采用基于角点的粗配准方法缩小空间搜索范围,再根据特征点到轮廓线的投影约束关系进行精配准,最后基于协方差矩阵自适应进化策略实现手眼标定参数的求解。开展三项实验来验证本方法有效性和鲁棒性:首先,基于不同机器人姿态数量下的标定对比实验,增加姿态数量有助于提升标定性能,采用12个组合姿态数量时,求得标定参数的平均轮廓损失误差为0.084 2,重建标准球直径的平均拟合偏差为0.018 5 mm,球面投影误差的最大标准差为0.065 mm,验证了轮廓损失误差评

价指标的有效性,标定方法具有良好的稳定性与求解效率,标定精度较高。其次,参照物在三种不同摆放姿态下的标定对比实验,标准球直径拟合偏差与球面投影误差的标准差均小于0.1 mm,说明本方法可有效规避因参照物摆放位姿差异过大而陷入局部最优解的情况发生,进一步验证了方法的稳定性、鲁棒性与一致性。最后,基于单步标定法和本方法的标定结果拟合球心坐标,并从轮廓重建的角度对比两种方法的标定精度,结果证明所述标定方法具有更好的稳定性和可靠性,标定精度更易得到保障,同时兼顾了标定效率与通用性,满足工业标定精度要求。未来,将围绕运动学参数和传感器噪声构建误差模型,实现多源误差下标定参数的协同优化。

作者贡献声明:

刘凉:论文构思与修改、方法论、实验指导;
康若梅:算法设计与编程,实验与论文撰写;
赵新华:论文审核与编辑;
高建超:实验环境搭建与指导;
冯晶晶:技术方案、论文修改。

参考文献:

- [1] LU X Y, TANG X Y. Visual localization of workpiece based on evolutionary algorithm and its application in industrial robot[C]. 2023 3rd International Conference on Intelligent Technologies (CONIT). June 23-25, 2023, Hubli, India. IEEE, 2023: 1-5.
- [2] ISHIBASHI K, KOMAGATA M, ISHIKAWA H, et al. Compact water pump and its application to self-contained soft robot hand for vegetable factory[J]. *Advanced Robotics*, 2023, 37(15): 970-986.
- [3] 胡瑞钦, 隆昌宇, 张立建. 视觉与力觉结合的卫星部件机器人装配[J]. *光学精密工程*, 2018, 26(10): 2504-2515.
HU R Q, LONG C Y, ZHANG L J. Robotic assembly technology for satellite components based on visual and force information[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2018, 26(10): 2504-2515. (in Chinese)
- [4] SHI Y, ZHU Y Y, WANG J Q. Surface defect detection method for welding robot workpiece based on machine vision technology[J]. *Manufacturing Technology*, 2023, 23(5): 691-699.
- [5] JIANG J F, LUO X, LUO Q S, et al. An overview of hand-eye calibration[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2022, 119(1): 77-97.
- [6] HAN X D, GUO N, JIE Y, et al. On flange-based 3D hand-eye calibration for soft robotic tactile welding[J]. *Measurement*, 2024, 238: 115376.
- [7] WANG J, MO Z J, WANG J Z, et al. Application of three-dimensional (3D) hand-eye calibration of industrial robot in laser cladding repair for drilling bit[J]. *Mechanical Sciences*, 2025, 16(1): 181-194.
- [8] MEI B, LIANG Z S, XIE Y D, et al. Positioning accuracy enhancement of a robotic assembly system for thin-walled aerostructure assembly[J]. *Journal of Industrial Information Integration*, 2023, 35: 100518.
- [9] FENG X Z, TIAN D Z, WU H, et al. A matrix-solving hand-eye calibration method considering robot kinematic errors[J]. *Journal of Manufacturing Processes*, 2023, 99: 618-635.

- [10] 邓立, 章易镰, 刘钢, 等. 基于两步法的激光轮廓仪手眼标定方法研究[J]. 光学精密工程, 2025, 33(2): 176-183.
- DENG L, ZHANG Y L, LIU G, *et al.* Research on hand-eye calibration method of laser profilometer based on two-step method[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2025, 33(2): 176-183. (in Chinese)
- [11] LIN J S, FENG Y X, REN W Z, *et al.* Position-constrained calibration compensation for hand-eye calibration in industrial robots[J]. *Sensors*, 2024, 24(23): 7554.
- [12] AN Y, WANG X C, ZHU X X, *et al.* Application of combinatorial optimization algorithm in industrial robot hand eye calibration[J]. *Measurement*, 2022, 202: 111815.
- [13] RUAN Y S, DENG Z P, HAO F, *et al.* Hand-eye calibration of line structured-light sensor based on double-sphere constraints[J]. *Journal of Physics: Conference Series*, 2024, 2770(1): 012020.
- [14] TANG Y P, LUO W X, WANG Q, *et al.* A novel hand-eye semi-automatic calibration process for laser profilometers using machine learning[J]. *Measurement*, 2023, 216: 112936.
- [15] DENG Z P, RUAN Y S, HAO F, *et al.* Hand-eye calibration of line structured-light sensor by scanning and reconstruction of a free-placed standard cylindrical target[J]. *Measurement*, 2024, 229: 114487.
- [16] 高金锋, 梁冬泰, 陈叶凯. 基于标准圆柱的线激光轮廓扫描机器人手眼标定方法[J]. 机器人, 2022, 44(3): 321-332.
- GAO J F, LIANG D T, CHEN Y K. A hand-eye calibration method of line laser profile scanning robot based on standard cylinder[J]. *Robot*, 2022, 44(3): 321-332. (in Chinese)
- [17] ZHONG K F, LIN J X, GONG T, *et al.* Hand-eye calibration method for a line structured light robot vision system based on a single planar constraint[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2025, 91: 102825.
- [18] SHARIFZADEH S, BIRO I, KINNELL P. Robust hand-eye calibration of 2D laser sensors using a single-plane calibration artefact[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2020, 61: 101823.
- [19] TAN G C, DU J S, GUO R, *et al.* Robust hand-eye calibration with a single plane for 3-D robot measurement[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2025, 74: 3523013.
- [20] XU J, HOO J L, DRITSAS S, *et al.* Hand-eye calibration for 2D laser profile scanners using straight edges of common objects[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2022, 73: 102221.
- [21] WU H, TIAN D Z, ZHANG Y, *et al.* An errors-unidentified hand-eye calibration method via robot relocalization and iterative combinatorial refinement[J]. *Measurement*, 2024, 226: 114170.
- [22] FU S P, CHEN Z L, ZHAO J B, *et al.* Robotic hand-eye calibration utilizing limited geometric features object[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2026, 97: 103066.
- [23] YU J, CHEN Y C, DA F P. Single-sphere camera-projector calibration via dual epipolar geometry under active illumination[J]. *Pattern Recognition*, 2026, 172: 112529.
- [24] LIU H Y, YAN N, SHAO B F, *et al.* Deep learning in fringe projection: a review[J]. *Neurocomputing*, 2024, 581: 127493.
- [25] 李城梦. 计算莫尔轮廓术算法研究[D]. 成都: 四川大学, 2021.
- LI C M. *Research on Computer-Generated Moiré Profilometry* [D]. Chengdu: Sichuan University, 2021. (in Chinese)
- [26] XING S Y, JING F S, TAN M. Reconstruction-based hand-eye calibration using arbitrary objects[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2023, 19(5): 6545-6555.
- [27] LI M Y, DU Z J, MA X X, *et al.* A robot hand-eye calibration method of line laser sensor based on 3D reconstruction[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2021, 71: 102136.
- [28] XIE H, LI W L, LIU H. General geometry calibration using arbitrary free-form surface in a vision-based robot system[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2022, 69(6): 5994-6003.
- [29] SHU Z L, HE T, XU C, *et al.* Improved hand to eye calibration scheme of robot-laser scanning system [C]. 2024 7th International Conference on Computer Information Science and Application Technology (CISAT). July 12-14, 2024, Hangzhou, China. IEEE, 2024: 760-763.
- [30] WANG H X, WANG T, ZHANG Z G, *et al.* Point cloud registration based on multiple neighbor-

- hood feature difference[J]. *IET Image Processing*, 2025, 19: e70097.
- [31] LOSHCHILOV I, SCHOENAUER M, SEBAG M, *et al.* Maximum Likelihood-Based Online Adaptation of Hyper-Parameters in CMA-ES [EB/OL]. 2014; *arXiv*: 1406.2623. <https://arxiv.org/abs/1406.2623>
- [32] TONG X, YUAN B, LI B. Model complex control CMA-ES[J]. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2019, 50: 100558.
- [33] YUEN P S, NYBURG S C. The matching of rigid bodies; a program using Kabsch's procedure[J]. *Journal of Applied Crystallography*, 1979, 12 (2): 258.

作者简介:



刘 凉(1978—),男,黑龙江哈尔滨人,博士,副教授,硕士生导师,2001年于天津理工大学获得学士学位,2006年和2010年于天津理工大学获得两个硕士学位,2016年于天津大学获得博士学位,现为天津理工大学机械工程学院副教授,主要从事视觉引导与智能制造方面的研究。E-mail: liuliang@tjut.edu.cn

通讯作者:



冯晶晶(1986—),女,陕西西安人,博士后,教授,博士生导师。2013年于天津大学获得博士学位,现为天津理工大学机械工程学院教授,主要从事软体机构的动力学及仿生应用、微纳机电系统的设计及优化、复杂动力系统的智能控制等方面研究。E-mail: jjfeng@tju.edu.cn